Em seguro prestamista, como se calcula o valor presente do VABF?

**O ChatGPT disse:**

Boa pergunta, Danilo. Vamos organizar bem isso.

No **seguro prestamista** (ou seguro de crédito), o **VABF** significa **Valor Atual dos Benefícios Futuros**. Ele corresponde ao valor presente esperado dos capitais segurados a serem pagos pela seguradora em caso de sinistro (geralmente morte ou invalidez do mutuário), ponderado pelas probabilidades de ocorrência desses eventos.

**Estrutura do cálculo do VABF**

1. **Identificar o benefício em cada período**  
   O benefício é, normalmente, o **saldo devedor** do financiamento em determinado mês ttt.
   * Se o segurado falece em ttt, o seguro cobre o saldo devedor vigente (às vezes limitado a percentuais ou valores contratados).
2. **Probabilidade de ocorrência do sinistro em cada período**  
   Usa-se a tábua biométrica apropriada (de mortalidade, invalidez etc.).
   * Para morte: probabilidade qx+t−1q\_{x+t-1}qx+t−1​, ou seja, probabilidade de um indivíduo de idade x+t−1x+t-1x+t−1 falecer entre t−1t-1t−1 e ttt.
   * Também é preciso considerar a probabilidade de sobrevivência até o período t−1t-1t−1.
3. **Valor esperado do benefício no período ttt**

E[Benefıˊciot]=(Saldo Devedort)×t−1px×qx+t−1E[Benefício\_t] = (Saldo\ Devedor\_t) \times {}\_{t-1}p\_x \times q\_{x+t-1}E[Benefıˊciot​]=(Saldo Devedort​)×t−1​px​×qx+t−1​

onde:

* + t−1px{}\_{t-1}p\_xt−1​px​ é a probabilidade de sobreviver até t−1t-1t−1,
  + qx+t−1q\_{x+t-1}qx+t−1​ é a probabilidade de morte no ano/mês seguinte.

1. **Trazer a valor presente**  
   Cada expectativa de benefício é descontada pela taxa de juros técnico iii usada na precificação/reserva:

VPt=E[Benefıˊciot](1+i)tVP\_t = \frac{E[Benefício\_t]}{(1+i)^t}VPt​=(1+i)tE[Benefıˊciot​]​

1. **Somatório ao longo do prazo do financiamento**

VABF=∑t=1nSaldo Devedort⋅t−1px⋅qx+t−1(1+i)tVABF = \sum\_{t=1}^{n} \frac{Saldo\ Devedor\_t \cdot {}\_{t-1}p\_x \cdot q\_{x+t-1}}{(1+i)^t}VABF=t=1∑n​(1+i)tSaldo Devedort​⋅t−1​px​⋅qx+t−1​​

👉 Em resumo: o **VABF é o valor presente esperado dos saldos devedores em caso de sinistro**, considerando a evolução do saldo devedor, as probabilidades biométricas e o desconto atuarial.

Quer que eu monte um **exemplo numérico completo** (tipo financiamento de 12 meses com taxa de 1% e probabilidade de morte simples) para você ver o cálculo linha a linha?

**Você disse:**

dado quantas parcelas faltam para o pagamento do seguro prestamista por uma tabela price, como se calcula o VABF?

**O ChatGPT disse:**

Pensou

Perfeito — com “faltam mmm parcelas” (tabela Price) dá para escrever o VABFVABFVABF de forma fechada usando o saldo devedor da tabela Price em cada período. Vou ser direto e objetivo.

**Notação**

* PPP = saldo devedor atual (principal) — ou valor financiado remanescente no início do período (antes de qualquer pagamento).
* mmm = número de parcelas restantes.
* iii = taxa de juros por período (ex.: mensal).
* v=11+iv=\dfrac{1}{1+i}v=1+i1​.
* AAA = parcela fixa (Price) sobre mmm períodos: A=P⋅i1−vm.A = P\cdot\frac{i}{1-v^{m}}.A=P⋅1−vmi​.
* t−1px {}\_{t-1}p\_xt−1​px​ = probabilidade de sobreviver até o início do período ttt (ou seja, sobreviver t−1t-1t−1 períodos).
* qx+t−1 q\_{x+t-1}qx+t−1​ = probabilidade de sinistro (ex.: morte) ocorrendo entre o início do período ttt e o início do t+1t+1t+1 (no período ttt).
* Consideramos que, se o sinistro ocorre no período ttt, o segurador paga o **saldo devedor vigente** imediatamente naquele pagamento (isto é, pago no instante ttt). Ajuste se o contrato pagar em momento diferente.

**Saldo devedor justo antes do pagamento do período ttt**

O saldo devido imediatamente **antes** do pagamento ttt (ou seja, após t−1t-1t−1 pagamentos) na Price com mmm parcelas iniciais remanescentes é o valor presente das parcelas remanescentes:

Bt−1  =  A⋅1−v m−(t−1)i  =  A⋅1−v m−t+1i,t=1,…,m.B\_{t-1} \;=\; A\cdot\frac{1-v^{\,m-(t-1)}}{i} \;=\; A\cdot\frac{1-v^{\,m-t+1}}{i},\qquad t=1,\dots,m.Bt−1​=A⋅i1−vm−(t−1)​=A⋅i1−vm−t+1​,t=1,…,m.

(Para t=1t=1t=1, B0B\_0B0​ é o saldo atual PPP — checa que a fórmula coincide com PPP.)

**Valor Atual dos Benefícios Futuros (VABF)**

Traindo cada benefício ao instante zero (ou ao instante considerado como time-0), e supondo pagamento do benefício no tempo ttt:

VABF  =  ∑t=1mBt−1  t−1px  qx+t−1  vt\boxed{ VABF \;=\; \sum\_{t=1}^{m} B\_{t-1}\; {}\_{t-1}p\_x\; q\_{x+t-1}\; v^{t} }VABF=t=1∑m​Bt−1​t−1​px​qx+t−1​vt​

Substituindo Bt−1B\_{t-1}Bt−1​ pela forma em AAA:

VABF  =  ∑t=1m[A⋅1−vm−t+1i]  t−1px  qx+t−1  vt\boxed{ VABF \;=\; \sum\_{t=1}^{m} \left[ A\cdot\frac{1-v^{m-t+1}}{i}\right]\; {}\_{t-1}p\_x\; q\_{x+t-1}\; v^{t} }VABF=t=1∑m​[A⋅i1−vm−t+1​]t−1​px​qx+t−1​vt​

E, se quiser eliminar AAA em favor de PPP:

A=P⋅i1−vm⇒VABF  =  ∑t=1m[P⋅1−vm−t+11−vm]  t−1px  qx+t−1  vt.A = P\cdot\frac{i}{1-v^{m}}\quad\Rightarrow\quad VABF \;=\; \sum\_{t=1}^{m} \left[ P\cdot\frac{1-v^{m-t+1}}{1-v^{m}}\right]\; {}\_{t-1}p\_x\; q\_{x+t-1}\; v^{t}.A=P⋅1−vmi​⇒VABF=t=1∑m​[P⋅1−vm1−vm−t+1​]t−1​px​qx+t−1​vt.

**Observações práticas e ajustes usuais**

1. **Periodicidade das tábuas**: se qqq é anual e seus períodos são mensais, converta probabilidades (por exemplo via transformação efetiva ou assumindo distribuição uniforme) — tipicamente você transforma qqq anual em probabilidade mensal equivalente.
2. **Momento do pagamento do benefício**: aqui assumi pagamento no instante ttt. Se o pagamento for imediato ao sinistro (no meio do período) use desconto vt−1+δv^{t-1+\delta}vt−1+δ com δ\deltaδ apropriado (por exemplo 0.50.50.5 para meio-período). Ajuste também as probabilidades de sobrevivência conforme o modelo de tempo de ocorrência.
3. **Coberturas complementares**: se o seguro cobre também invalidez ou franquias, some os respectivos fluxos esperados.
4. **Taxa técnica**: a taxa iii usada para descontar normalmente é a taxa técnica/atuarial do produto (não confundir com a taxa do financiamento, embora frequentemente sejam iguais em precificação simplificada).
5. **Simplificações**: quando qqq é pequeno e períodos curtos, às vezes usa-se aproximação t−1px  qx+t−1≈t−1qx {}\_{t-1}p\_x\; q\_{x+t-1}\approx {}\_{t-1}q\_xt−1​px​qx+t−1​≈t−1​qx​ conforme a tábua escolhida; cuidado com aproximações em idades avançadas.

Quer que eu monte isso em uma tabela (média/linha a linha) com um exemplo numérico — por exemplo P=10.000P=10.000P=10.000, m=12m=12m=12, i=1%i=1\%i=1% ao mês e uma qqq mensal qualquer — para você visualizar os Bt−1B\_{t-1}Bt−1​, probabilidades e o somatório do VABFVABFVABF? Eu monto direto.

**Você disse:**

monte um exemplo do cálculo desse VABF sabendo que faltam 10 pagamentos de parcelas nesse financiamento price

**O ChatGPT disse:**

Pensou

**Exemplo numérico — VABF com 10 parcelas restantes (Price)**

Vou ser direto. faço um exemplo com **P = 10.000**, **m = 10**, **i = 1%** ao mês e assumo uma probabilidade de sinistro **mensal constante** q=0,001q=0{,}001q=0,001 (0,1% por mês). Também assumi que o pagamento do benefício ocorre no instante ttt (após t−1t-1t−1 pagamentos) e que a sobrevivência até t−1t-1t−1 é (1−q)t−1(1-q)^{t-1}(1−q)t−1.

Fórmulas usadas:

* v=(1+i)−1v=(1+i)^{-1}v=(1+i)−1.
* Parcela Price: A=P⋅i1−vmA=P\cdot\dfrac{i}{1-v^{m}}A=P⋅1−vmi​.
* Saldo antes do pagamento ttt: Bt−1=A⋅1−v m−t+1iB\_{t-1}=A\cdot\dfrac{1-v^{\,m-t+1}}{i}Bt−1​=A⋅i1−vm−t+1​.
* Contribuição ao VABF no período ttt:

contribt  =  Bt−1⋅t−1p⋅q⋅vtcom t−1p=(1−q)t−1.\text{contrib}\_t \;=\; B\_{t-1}\cdot {}\_{t-1}p\cdot q \cdot v^{t} \quad\text{com }{}\_{t-1}p=(1-q)^{t-1}.contribt​=Bt−1​⋅t−1​p⋅q⋅vtcom t−1​p=(1−q)t−1.

* VABF=∑t=1mcontribt.VABF=\sum\_{t=1}^{m}\text{contrib}\_t.VABF=∑t=1m​contribt​.

Parâmetros calculados:

* A≈1 055,82A \approx 1\,055{,}82A≈1055,82 (parcela mensal).

Tabela (valores arredondados):

| **t** | **Bt−1B\_{t-1}Bt−1​ (saldo)** | **t−1p{}\_{t-1}pt−1​p** | **t−1p⋅q{}\_{t-1}p\cdot qt−1​p⋅q** | **vtv^{t}vt** | **contrib === VP do benefício** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 10.000,00 | 1,000000 | 0,00100000 | 0,990099 | 9,90099 |
| 2 | 9.044,18 | 0,999000 | 0,00099900 | 0,980296 | 8,85711 |
| 3 | 8.078,80 | 0,998001 | 0,00099800 | 0,970590 | 7,82553 |
| 4 | 7.103,77 | 0,997003 | 0,00099700 | 0,960980 | 6,80612 |
| 5 | 6.118,98 | 0,996006 | 0,00099601 | 0,951466 | 5,79875 |
| 6 | 5.124,35 | 0,995010 | 0,00099501 | 0,942045 | 4,80328 |
| 7 | 4.119,78 | 0,994015 | 0,00099401 | 0,932718 | 3,81959 |
| 8 | 3.105,15 | 0,993021 | 0,00099302 | 0,923483 | 2,84754 |
| 9 | 2.080,38 | 0,992028 | 0,00099203 | 0,914340 | 1,88701 |
| 10 | 1.045,37 | 0,991036 | 0,00099104 | 0,905287 | 0,93787 |

Somando as contribuições:

VABF≈53,48\boxed{VABF \approx 53{,}48}VABF≈53,48​

(ou seja, aproximadamente **R$ 53,48** no instante zero, usando as hipóteses acima).

**Observações rápidas**

* O resultado é pequeno porque a probabilidade de morte qqq escolhida é muito baixa e os saldos vão decrescendo; com qqq maior (idades avançadas) o VABF cresce proporcionalmente.
* Se você tiver uma tábua (probabilidades por idade) ou um qqq variável por período, basta substituir t−1p{}\_{t-1}pt−1​p e qtq\_{t}qt​ na soma; a fórmula e a tabela seguem iguais.
* Se o benefício for pago imediatamente ao sinistro (meio do período), mude o desconto para vt−1+δv^{t-1+\delta}vt−1+δ com δ\deltaδ apropriado (ex.: 0,5).
* A taxa de desconto para precificação/ reserva pode ser diferente da taxa do financiamento — use a taxa técnica pertinente ao produto.

Quer que eu rode esse mesmo exemplo com seus parâmetros (P, i, q por mês ou uma tábua) para gerar a tabela completa? Posso ajustar sem frescura.

**Você disse:**

supondo a probabilidade do mutuário morrer entre a idade 18 e a idade 19 é de 0,000469999, a taxa de juros anual é de 6,5%, o saldo devedor atualmente é de 10.000, faltando pagar ainda 12 parcelas, e o mutuário tem 18 anos, qual seria o valor do VABF nesse caso? Lembre de mensalizar essa taxa usando raíz 1/12.

**O ChatGPT disse:**

Pensou

Pronto — rodei o cálculo e montei a tabela detalhada (você deve conseguir visualizar como uma planilha interativa). Principais resultados:

* Taxa mensal imi\_{m}im​: **0,526169427684775%** (aprox. 0,0052616943)
* Probabilidade mensal qmq\_{m}qm​: **0,00003917502298456111** (aprox. 3,9175×10⁻⁵)
* Parcela Price AAA: **R$ 862,1083699758316**
* **VABF (valor presente dos benefícios futuros)**: **R$ 2,508321** (aproximadamente **R$ 2,51**)

Interpretação rápida: com a probabilidade anual muito baixa e apenas 12 parcelas, o VABF fica pequeno (~R$2,51). Se quiser, adapto para tabela biométrica (q variável por mês/idade) ou para pagamento no meio do período (desconto em vt−1+0,5v^{t-1+0{,}5}vt−1+0,5).

Parte superior do formulário

Parte inferior do formulário

O ChatGPT pode cometer erros. Por isso, lembre-se de conferir informações relevantes.